

completa, a la palabra de entrada 10101010 hay que agregarle una cola de ceros hasta que el estado final sea el a. Si se procede de esta forma, la trayectoria resultante será la abcd, indicada por un trazo más intenso en la figura 10.11, con distancia acumulada de 2, y que corresponde a los bits de salida 1100. Como verificación, la entrada 1100 se codifica como 11101110, que tiene una distancia de 2 con respecto a la palabra recibida. Los requisitos de memoria del codificador pueden disminuirse aún más, si se toma en cuenta que cuando dos ramas emergen de un mismo nodo, al internarse en el enrejado la medida de la trayectoria menos probable aumenta mucho más rápidamente que la de la otra. Esta propiedad de divergencia de la medida permite, para el ejemplo en consideración, descartar la transición cb entre t_3 y t_4 y reducir a tres las ramas a considerar en t_3 . La verificación de la divergencia señalada se deja como un problema (ver problema 10.3-1).

Distancia libre.

La habilidad de un código en bloques para detectar y corregir errores depende de su distancia mínima, la cual queda determinada por el peso de las palabras codificadas. Como en los códigos convolucionales no existen palabras codificadas, se hace necesario encontrar la distancia mínima entre todos los pares de secuencias transmitidas generadas por los mensajes. Dado el carácter lineal de los códigos convolucionales, no se pierde generalidad si se encuentra la distancia mínima entre cada secuencia codificada y la secuencia de puros ceros. Tal distancia mínima recibe el nombre de *distancia libre mínima* o simplemente *distancia libre* y no es más que el peso de la secuencia de salida de peso mínimo, excluyendo el caso trivial de la secuencia de puros ceros. Para la determinación de la distancia libre no es necesario examinar todas las secuencias transmitidas. Esto se debe a que el proceso normal de operación de limpieza de los registros y de reiniciación del código añadiendo una cola de ceros al final del mensaje, permite eliminar algunas ramas en las L transiciones finales.

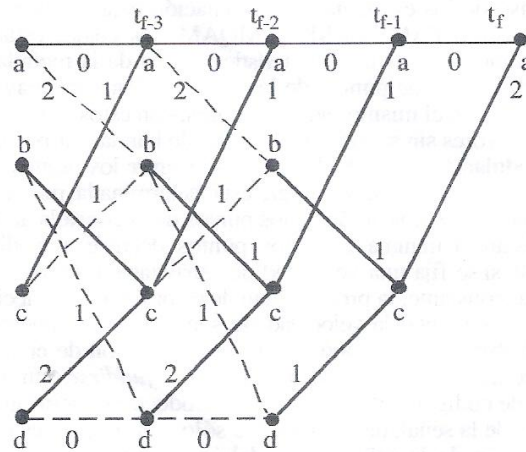


Figura 10.11
Terminación del enrejado

Tómese por ejemplo el enrejado de la figura 10.4, defínase un tiempo de finalización t_f y dibújense a partir del instante t_{f-2} sólo las ramas que se corresponden con ceros a la entrada, tal como se ilustra en la figura 10.11. En dicha figura, las ramas se asocian con su peso, o sea con el número de unos en las palabras codificadas. Si partiendo de t_f se busca hacia atrás la trayectoria no trivial que emana del estado a previo, se ve que esta se origina en el instante t_{f-3} en la línea superior. Si se supone que las transiciones previas a t_{f-3} siguieron la línea superior (que tiene peso cero), se verá que la trayectoria aa....abca que termina en t_f

será la trayectoria no trivial de mínimo peso, el cual es $0+0+\dots+0+2+1+2 = 5$ y que ninguna otra trayectoria no trivial tendrá menos peso. Así la distancia libre del código es de 5. Para encontrar la capacidad de corrección de errores del código se procede de manera similar a los códigos de bloque, pero reemplazando la distancia mínima d_{\min} por la distancia libre d_f . Así, el número de errores que se pueden corregir es $\lfloor (d_f - 1)/2 \rfloor$, en donde $\lfloor x \rfloor$ indica la parte entera de x . Para el ejemplo que se ha considerado, con $d_f = 5$, se pueden corregir dos errores ocasionados por el canal.

10.4 MODULACION CODIFICADA DE ENREJADO.

Tanto en los códigos de bloque como en los convolucionales, la capacidad de detectar y corregir errores se logra a expensas de un mayor ancho de banda. Esto se debe a que las palabras de k bits se transforman en palabras codificadas de $n > k$ bits. Tal expansión del ancho de banda no es tolerable en canales de ancho de banda limitado, como por ejemplo los canales telefónicos. Sin embargo, a finales de la década de los 80 se desarrolló una técnica, denominada *modulación codificada de enrejado*, (TCM, Trellis Coded Modulation) en la cual la modulación y la codificación se tratan como una entidad conjunta, en lugar de visualizarlas como operaciones separadas. Esta técnica permite mantener una probabilidad de error prefijada utilizando una menor potencia promedio, sin necesidad de expandir el ancho de banda. La ganancia suministrada por la codificación parece violar el principio del intercambio de ancho de banda por probabilidad de error. Sin embargo, el precio que se debe pagar reside en la mayor complejidad del detector. La modulación y codificación de enrejado combina los sistemas de modulación multiamplitud y multifase, cuyo esquema de codificación está caracterizado por un diagrama de enrejado. Se prefiere emplear la codificación de enrejado en lugar de los códigos en bloques, ya que la descodificación se simplifica gracias al algoritmo de Viterbi.

Aun cuando es posible un tratamiento más general del tema, la discusión que sigue se ha restringido al caso de los esquemas de modulación caracterizados por constelaciones bidimensionales, tales como PAM, MPSK y MQAM, los cuales están descritos por sus características de amplitud y fase. Una característica básica de la modulación y codificación de enrejado, es que el número de puntos de las constelaciones es mayor que el requerido por el formato de interés con el mismo índice de datos; son estos puntos adicionales los que permiten el control de errores sin sacrificio del ancho de banda. La probabilidad de error de estos esquemas de modulación depende de la distancia entre los puntos más cercanos de su constelación. Esta distancia mínima, a su vez, está determinada por la potencia promedio transmitida y por la cantidad y ubicación de los puntos de la constelación. Para una potencia promedio dada, la distancia mínima entre los puntos decrece a medida que aumenta el número de puntos. Así, si se fija una velocidad de señalización de los símbolos constante y una potencia promedio constante, la probabilidad de error basada en decisiones rigurosas se degradará si se trata de aumentar la velocidad de señalamiento aumentando el tamaño del juego de símbolos. El objetivo de la modulación y codificación de enrejado, es aumentar la distancia mínima entre las señales *más propensas a confundirse*, sin aumentar la potencia promedio. El empleo de códigos convolucionales introduce un cierto grado de dependencia entre puntos sucesivos de la señal, de manera que sólo son aceptables ciertas secuencias de puntos en la constelación de la señal. El modelaje de las secuencias aceptables en una estructura de enrejado, permite el uso de decisiones blandas.

Se ha demostrado que el aumento en la capacidad del canal debido a la expansión del número de símbolos, es casi el máximo posible cuando el juego de símbolos pasa de 2^k a 2^{k+1} , o sea cuando el número de símbolos codificados es el doble que el de los no codificados. Tal realización requiere un codificador de razón $k/(k+1)$ y el subsecuente mapeo de los grupos de $k+1$ bits en el juego de 2^{k+1} símbolos codificados. La figura 10.12 (a) ilustra la constelación de una señal no codificada de QPSK y la resultante de 8PSK, después de haber sido codificada a una razón de $2/3$, mientras que la parte b) lo hace para una señal de 16QAM codificada a 32QAM con una razón de $4/5$.